

Prof. Dr. Alfred Toth

Duale und komplementäre Relationen bei Matrizen und ihren Transponierten

1. In Toth (2025a, b) hatten wir auf der Ebene der PC/CP-Relationen ein Geflecht von zwischen Eigen- und Kategorienrealität vermittelnden Relationen freigelegt, das dazu geführt, daß in der Semiotik fortan zwischen Dualität und Komplementarität zu unterscheiden ist. Im folgenden zeigen wir, daß die Verhältnisse in Wirklichkeit noch komplexer sind. Dazu untersuchen wir nicht nur die diagonalen PC/CP-Abbildungen der semiotischen Matrix, sondern auch ihrer Transponierten.

2. Trichotomische und triadische Matrix

Trichotomische Matrix

$$\begin{vmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1.1 & 1.2 \\ 2.1 & 2.2 \end{vmatrix} = (1.1/2.2), (2.1 \setminus 1.2)$$

$$\begin{vmatrix} 1.2 & 1.3 \\ 2.2 & 2.3 \end{vmatrix} = (1.2/2.3), (2.2 \setminus 1.3)$$

$$\begin{vmatrix} 2.1 & 2.2 \\ 3.1 & 3.2 \end{vmatrix} = (2.1/3.2), (3.1 \setminus 2.2)$$

$$\begin{vmatrix} 2.2 & 2.3 \\ 3.2 & 3.3 \end{vmatrix} = (2.2/3.3), (3.2 \setminus 2.3)$$

$$(1.1/2.2), (2.1 \setminus 1.2) \quad (1.2/2.3), (2.2 \setminus 1.3)$$

$$(2.1/3.2), (3.1 \setminus 2.2) \quad (2.2/3.3), (3.2 \setminus 2.3)$$

$$\text{dual}(2.1/3.2) = (1.2/2.3) \quad \text{comp}(1.1/2.2) = (2.2/3.3)$$

$$\text{dual}(3.1 \setminus 2.2) = (2.2 \setminus 1.3) \quad \text{comp}(2.1 \setminus 1.2) = (3.2 \setminus 2.3).$$

Triadische Matrix

$$\begin{vmatrix} 1.1 & 2.1 & 3.1 \\ 1.2 & 2.2 & 3.2 \\ 1.3 & 2.3 & 3.3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1.1 & 2.1 \\ 1.2 & 2.2 \end{vmatrix} = (1.1/2.2), (1.2 \setminus 2.1)$$

$$\begin{vmatrix} 2.1 & 3.1 \\ 2.2 & 3.2 \end{vmatrix} = (2.1/3.2), (2.2 \setminus 3.1)$$

$$\begin{vmatrix} 1.2 & 2.2 \\ 1.3 & 2.3 \end{vmatrix} = (1.2/2.3), (1.3 \setminus 2.2)$$

$$\begin{vmatrix} 2.2 & 3.2 \\ 2.3 & 3.3 \end{vmatrix} = (2.2/3.3), (2.3 \setminus 3.2)$$

$$(1.1/2.2), (1.2 \setminus 2.1) \quad (2.1/3.2), (2.2 \setminus 3.1)$$

$$(1.2/2.3), (1.3 \setminus 2.2) \quad (2.2/3.3), (2.3 \setminus 3.2)$$

$$\text{dual}(1.2/2.3) = (2.1/3.2) \quad \text{comp}(1.1/2.2) = (2.2/3.3)$$

$$\text{dual}(1.3 \setminus 2.2) = (2.2 \setminus 3.1) \quad \text{comp}(1.2 \setminus 2.1) = (2.3 \setminus 3.2)$$

Wenn wir nun die Paare der dual- und comp-Operationen zusammenstellen, bemerken wir, daß sie die Grenze der trichotomischen Matrix $\mathcal{M}$ und ihrer Transponierten $\mathcal{M}^T$ überschreiten:

dual(2.1/3.2) = (1.2/2.3)	comp(1.1/2.2) = (2.2/3.3)	↔	$\mathcal{M}$ $\mathcal{M}^T$
dual(3.1 \setminus 2.2) = (2.2 \setminus 1.3)	comp(2.1 \setminus 1.2) = (3.2 \setminus 2.3)	↔	
dual(1.2/2.3) = (2.1/3.2)	comp(1.1/2.2) = (2.2/3.3)	↔	
dual(1.3 \setminus 2.2) = (2.2 \setminus 3.1)	comp(1.2 \setminus 2.1) = (2.3 \setminus 3.2)	↔	

Wenn wir die zusammengehörigen dual- und comp-Operationen vereinigen, erhalten wir also

$$\text{dual}(2.1/3.2) = (1.2/2.3) \quad \text{comp}(1.1/2.2) = (2.2/3.3)$$

$$\text{dual}(1.2/2.3) = (2.1/3.2) \quad \text{comp}(1.1/2.2) = (2.2/3.3)$$

$$\text{dual}(3.1 \setminus 2.2) = (2.2 \setminus 1.3) \quad \text{comp}(2.1 \setminus 1.2) = (3.2 \setminus 2.3)$$

$$\text{dual}(1.3 \setminus 2.2) = (2.2 \setminus 3.1) \quad \text{comp}(1.2 \setminus 2.1) = (2.3 \setminus 3.2)$$

Literatur

Toth, Alfred, Dualität und Komplementarität bei PC-Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025a

Toth, Alfred, Eigenrealität zwischen Dualität und Komplementarität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025b

29.10.2025